La machine arithmétique de Leibniz

par Yves Serra, ingénieur

L'histoire des machines à calculer s'enorgueillit d'avoir deux grands philosophes à ses origines.

Blaise Pascal présente en 1642 une machine à additionner, qui sera appelée plus tard la Pascaline [1]; puis Leibniz reprend le flambeau dès 1673 et se donne pour objectif de réaliser une machine à multiplier qui libèrera les savants des tâches de calcul répétitives :

> *grâce à ma Machine (…) les calculs pouvaient être menés à bonne fin par un petit enfant.*

Leibniz (1646-1716) travaillera toute sa vie à ce projet, il présente des premiers schémas à Londres en 1673 puis à Paris. Différents modèles semblent avoir été conçus par lui, et c'est le modèle de 1706 qui est décrit dans le texte présenté ici, publié en 1710 dans les *Miscellanea Berolinensis* [2], publication créée par Leibniz à Berlin à l'image des équivalents londoniens et parisiens. Un prototype de cette machine est conservé en Allemagne, au musée de la bibliothèque de Hanovre.

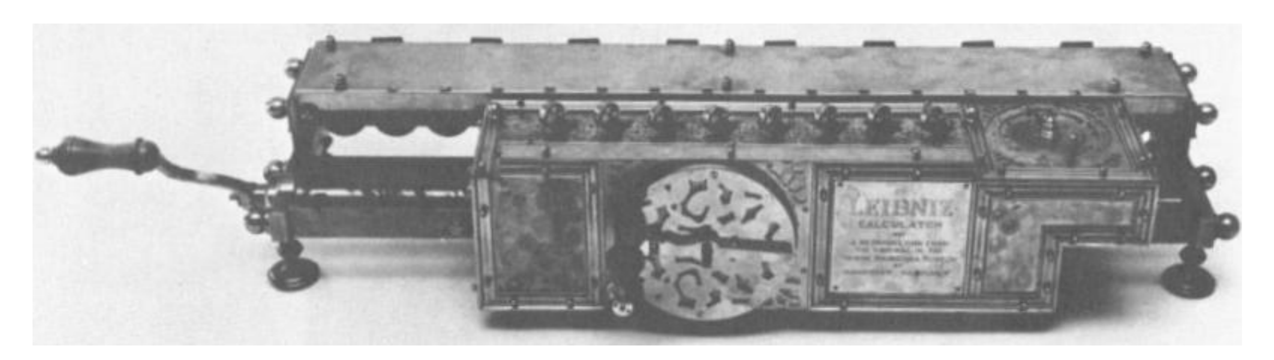


***Figure 1 :* photo de la machine originale conservée à Hanovre.**

Malgré les efforts importants de Leibniz, l'argent et le temps qu'il a consacrés à ce projet, la machine ne fonctionne pas correctement. Si les principes sont bons et les innovations nombreuses (nous allons les passer en

1. Voir le texte de Pascal commenté sur BibNum La pascaline, la « machine qui relève du défaut de la mémoire »

2. *Miscellanea Berolinensia ad incrementum scientiarum* : ce périodique est créé en 1710 et paraît jusqu'en 1743 ; lui succède *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin.*

revue en analysant le texte), le bon fonctionnement de cette machine suppose une qualité de réalisation mécanique qui n'est pas disponible du temps de Leibniz. Il faudra attendre le XIXe siècle pour que Thomas de Colmar (1785-1870) réalise vers 1820 une machine fiable sur la base des idées de Leibniz : son « arithmomètre » sera la première machine à calculer de fabrication industrielle. Et il faudra attendre le XXe siècle pour que des chercheurs réalisent la machine de Leibniz de façon opérationnelle [3] :

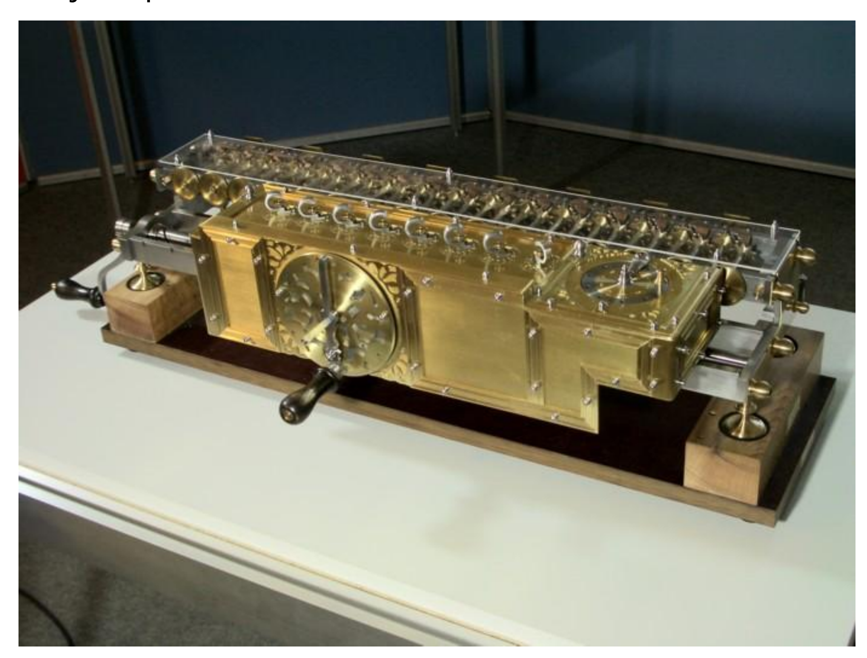


***Figure 2 :* Réplique construite à l'université de Dresde entre 1998 et 2001.**

@@@@@@@

Le texte de Leibniz est avant tout un mode d'emploi qui met en évidence l'objectif qu'il s'est fixé : la multiplication devient un « jeu d'enfant », pour reprendre son expression.

Le texte débute par les références conventionnelles aux savants que Leibniz fréquente et avec qui il a débattu de son projet. Nous connaissons encore Antoine Arnaud, logicien de Port Royal (1612-1694) – surnommé le grand Arnaud, théologien janséniste, il est en particulier l'auteur de la Grammaire Générale et raisonnée –, le physicien Christian Huygens (1629-1695), le mathématicien et physicien Ehrenfried Walther von Tschirnhaus (1651-1708) qui a en particulier redécouvert en 1708 la façon de fabriquer la porcelaine chinoise,

3. On peut voir cette réplique fonctionner sur les vidéos du site de l'université de Iéna : http://www.uni-jena.de/unijenamedia/Bilder/faculties/minet/casio/leibnzRechenmaschine/Bildmaterial+zur+Leibniz_Rechenmaschine/Bildmaterial.html

mais la renommée de Melchisédech Thévenot (1620-1692), voyageur et garde de la bibliothèque du roi, ne semble pas nous être parvenue.

Leibniz présente alors la principale innovation de sa machine dès le début du texte : elle est composée d'une partie fixe et d'une partie mobile. L'utilité de ce dispositif n'apparaîtra dans le texte qu'au travers de l'exemple qu'il donne : la multiplication de 1709, année de la rédaction de l'article, par 365.

Ce dispositif a une double fonction. D'abord, il permet de dissocier la pose du multiplicande (ici 1709) sur la partie mobile, de son report sur la partie fixe recevant les résultats intermédiaires au fur et à mesure des calculs. Sur la Pascaline, tout nombre posé l'est directement en tant que résultat partiel.

Ensuite, ce dispositif permet de décaler la partie mobile vers la gauche en fonction de la puissance de dix du multiplicateur que l'on considère. Pour illustrer ce dispositif, nous allons utiliser une machine qui fonctionne de façon identique à celle de Leibniz (machine TIM de 1907, photos Yves Serra) ; ainsi pour multiplier 1709 par 365 on va d'abord poser 1709 :



Et multiplier par 5 en tournant 5 fois la manivelle, les unités du multiplicande sont face aux unités du résultat, position qui est indiquée par la flèche blanche, le premier résultat partiel apparaît, 8545 (soit 5 fois 1709) :



Nous allons maintenant déplacer la partie mobile d'un cran vers la gauche (voir à droite de la photo ci-dessous le décalage vers la gauche qui s'est opéré), les unités du multiplicande se trouvent ainsi en face des dizaines du résultat ; puis l'on multiplie par 6 (en tournant 6 fois la manivelle), le nouveau résultat partiel 111085 = 1709 x 65 apparaît en haut :



Enfin, nous répétons l'opération en déplaçant à nouveau la partie mobile d'un cran vers la gauche et multiplions par 3 alors que les unités du multiplicande sont faces aux centaines du résultat final, 623785 :



@@@@@@@

Cette invention de Leibniz, principe de partie mobile et partie fixe, sera reprise dans pratiquement toutes les machines à calculer mécaniques permettant la multiplication comme l'arithmomètre de Thomas de Colmar qui a été la première machine à construction et diffusion industrielle et son innombrable descendance, dont la TIM photographiée ci-dessus.

La seconde invention de Leibniz réside dans le report du multiplicande, ici 1709, de la partie mobile vers la partie fixe, par un tour de manivelle ; il faudra donc 5 tours pour la multiplication par les 5 unités de 365. Le résultat partiel qui apparaît sur la partie fixe est alors 8545.

Leibniz ne détaille pas cette seconde invention dans le texte – qui se veut un mode d'emploi et non une description de la structure de la machine. Présentons-la néanmoins, il s'agit du fameux « cylindre cannelé de Leibniz à dents progressives » :

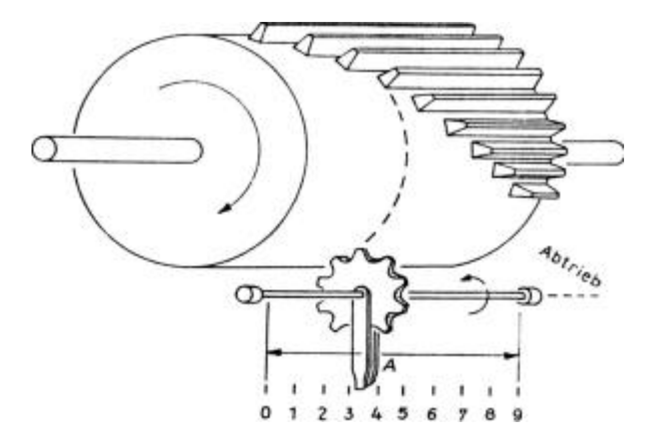


Figure 3 : ***Principe du cylindre de Leibniz*** *(université de Iéna)*

Chaque chiffre du multiplicande est inscrit à l'aide du curseur A qui déplacé de gauche à droite sera en face de 0 dents, puis 1, puis 2 jusqu'à 9. Un tel cylindre est donc utilisé pour chacune des puissances de 10 du multiplicande. Poser 1709 revient à faire glisser la molette inférieure du premier cylindre, celui des unités, en face de 9 dents :

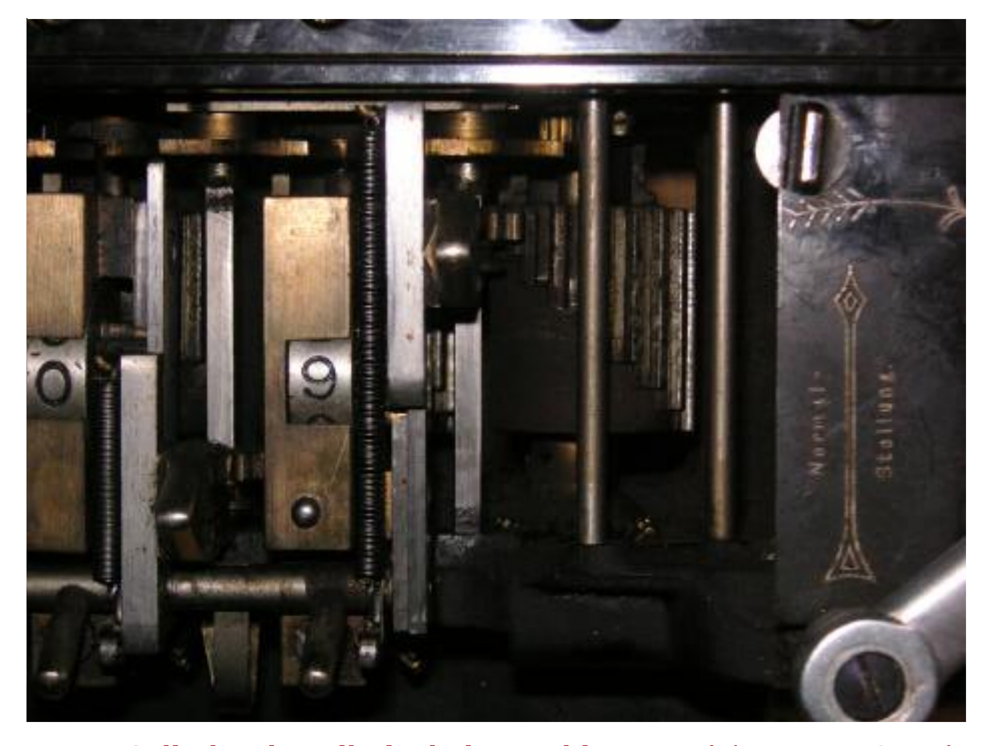


Figure 4 : ***Cylindre de Leibniz de la machine TIM*** *(photo Yves Serra)*

puis le second, celui des dizaines, en face de 0 dents, celui des centaines en face de 7 dents et celui des milliers en face de 1 dent. La rotation de la manivelle fera ensuite tourner les 4 cylindres et ajoutera au résultat partiel de la partie fixe la contribution correspondant à chaque position. Le multiplicateur s'inscrit comme le nombre de tours de manivelles donnés.

Additionner ou Multiplier ?

Lors d'une addition, chaque opérande n'est utilisé qu'une fois. La façon la plus simple de réaliser une additionneuse mécanique est que le mouvement même qui saisit l'opérande ajoute la valeur dans le résultat. C'est le fonctionnement de la Pascaline dont les engrenages alimentent le résultat dès que l'utilisateur pose le chiffre à ajouter, et c'est bien sûr le fonctionnement du boulier ou, plus récemment, des innombrables additionneuses conçues à la suite de l'additionneuse à crosse de Kummer (1844) :

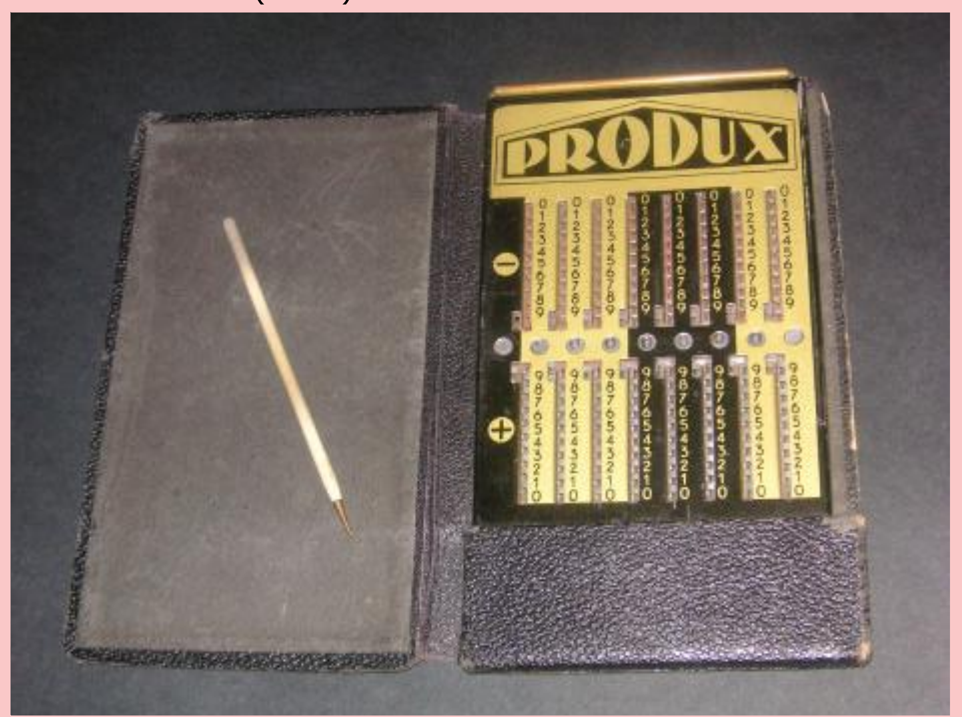


Figure 5 : ***Additionneuse de type Kummer*** *(photo Yves Serra)*

Ces machines ne sont pas adaptées à la multiplication. La seule façon de multiplier, par exemple, 1709 par 5 serait d'ajouter 5 fois 1709 en saisissant 5 fois de suite 1709.

Deux solutions seront trouvées à ce problème afin de créer des machines à multiplier dignes de ce nom. La première, et la plus fréquente, est celle que propose Leibniz en séparant d'une part le fait de poser 1709 – nous dirions aujourd'hui le mettre en mémoire –, et d'autre part de l'utiliser 5 fois de suite en tournant simplement une manivelle : c'est la multiplication par additions successives automatisées. Une deuxième solution, qui a été peu exploitée, est dite "de multiplication directe" : elle s'appuie sur la matérialisation des tables de multiplication et l'exemple le plus célèbre en est la Millionnaire (brevetée en 1895).

Plusieurs dispositifs viendront ultérieurement concurrencer le cylindre de Leibniz, mais cette innovation de Leibniz sera utilisée jusqu'au dernier jour des machines à calculer mécaniques, au milieu des années 1970, et leur remplacement par l'électronique.

La « Curta » - 1950 à 1970

Avant l'apparition du calcul électronique, des machines basées sur le principe de Liebniz (parties fixe et mobile, manivelle) ont été utilisées, dans le domaine des sciences de l'ingénieur notamment. Ainsi, la "Curta" (en abrégé du nom de son inventeur pendant la Seconde Guerre mondiale, Curt Herzstark) fonctionnait ainsi, et son encombrement réduit – la taille d'un moulin à poivre – a assuré son succès. Elle a été fabriquée jusque dans les années 1970.



@@@@@@@

Le texte se poursuit en véritable algorithme élaborant chaque étape de la démarche et montrant les résultats partiels qui doivent apparaître sur la partie fixe au fur et à mesure de l'avancée du calcul :

> *(…) le produit de 1709 par 5, soit 8545, apparaîtra à l'extrémité droite de la partie fixe dans les ouvertures. Étant donné que le multiplicateur comporte plusieurs chiffres (3,6,5) et que le chiffre suivant 5 est le chiffre 6 (…)*
>
> *(…) non seulement le multiplicande 1709 sera multiplié par 6 mais encore le produit sera ajouté au premier résultat et le nombre 111085 apparaîtra dans les ouvertures situées à droite de la partie fixe.*

Leibniz insiste sur le grand avantage de sa méthode : l'effort sera identique quelles que soient les valeurs à multiplier, et l'exactitude du résultat est certaine. Une seule limite est à prendre en compte, c'est la valeur maximale de l'affichage

sur la partie fixe. Nous dirions aujourd'hui le risque de débordement de la capacité de la mémoire !

> *(…) supposons le produit d'un multiplicande par un multiplicateur et que le résultat n'excède pas douze chiffres*

La présentation de la division n'est qu'effleurée, elle se fait selon le même principe que la multiplication mais en tournant la manivelle dans le sens inverse, ce qui conduit à enlever à chaque fois la valeur du diviseur, le quotient étant le nombre de tours de manivelles donnés et le reste, provisoire ou final, apparaît comme résultat intermédiaire sur la partie fixe.

Un simple tour de manivelle dans un sens (addition) ou dans l'autre (soustraction) permet d'additionner ou soustraire ce qui est enregistré sur la partie mobile à ce qui figure sur la partie fixe.

Ainsi, les quatre opérations sont bien mises à portée des enfants par la machine de Leibniz !

@@@@@@@

Pour conclure, rappelons que Leibniz a également présenté un mémoire sur le calcul binaire à l'Académie des Sciences de Paris en 1703 (intitulé « Explication de l'arithmétique binaire qui se sert des seuls caractères 0 & 1 avec des remarques sur son utilité & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures chinoises de Fohy » [4]) : rêvons un moment à ce qu'aurait pu être la suite de l'histoire du calcul s'il avait publié également, dès ce début du XVIIIe siècle, son manuscrit du 15 mars 1679 « *De progressione Dyadica* » dans lequel il rapproche ses réflexions sur les machines et la notation binaire pour proposer la réalisation « facile et sans effort » d'une machine à multiplier binaire !

■

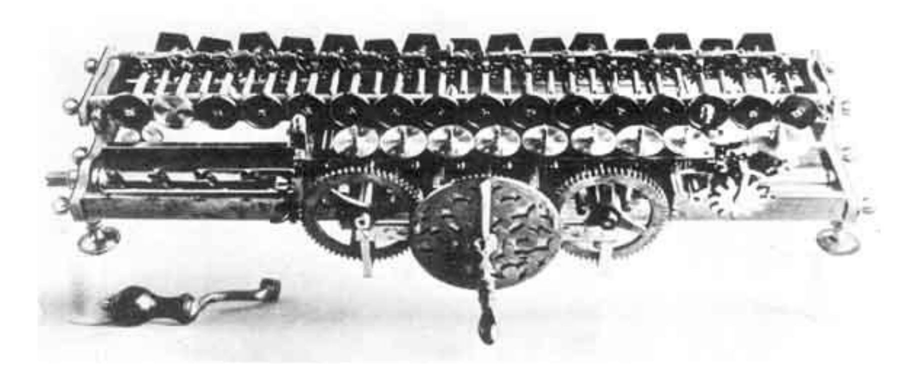


***Figure 6 :* Mécanisme interne de la machine originale de Leibniz** *(Bibliothèque de Hanovre)*

---

4. Leibniz, *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, Paris, 1703 (en français) – mise en ligne par l'Académie des Sciences : http://ads.ccsd.cnrs.fr/docs/00/10/47/81/PDF/p85_89_vol3483m.pdf